

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2016

Rješenja zadataka iz fizike
 za IV razred srednje škole

1. Oba tijela kreću se najprije usporeno dok se jedno od njih ne zaustavi (a to je ono koje je u početku imalo manji impuls). Nakon zaustavljanja to tijelo će se kretati ubrzano u suprotnom smjeru, a drugo nastavlja da usporava. Rastojanje između tijela biće minimalno kada im se brzine izjednače. Iz zakona održanja impulsa i energije slijedi:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \quad \text{i} \quad \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{k q_1 q_2}{r_1} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + \frac{k q_1 q_2}{r}.$$

Odavde je:
$$r = \frac{2 k q_1 q_2 r_1 (m_1 + m_2)}{m_1 m_2 r_1 (v_1 + v_2)^2 + 2 k q_1 q_2 (m_1 + m_2)}.$$

2. Smjerovi struje u rama, vektora magnetne indukcije lijevo i desno od provodnika i sila koje djeluju na stranice rama prikazani su na slici desno.

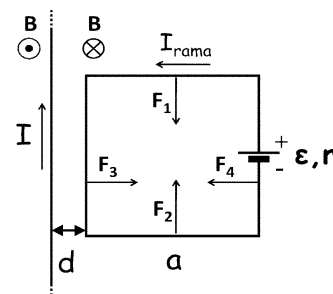
Otpor rama je $R = \rho \frac{4a}{S} = 0,34 \Omega$, pa je struja kroz njega

$$I_{\text{rama}} = \frac{\xi}{r + R} = 2,5 \text{ A.}$$

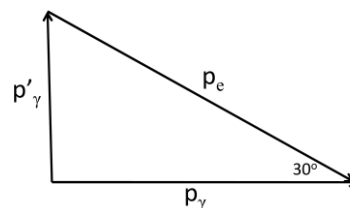
Zbog simetrije sile F_1 i F_2 su jednakog

pravca i intenziteta, ali suprotnog smjera te zbog toga ne daju doprinos, dok su preostale dvije sile: $F_3 = I_{\text{rama}} B_3 a$ i $F_4 = I_{\text{rama}} B_4 a$, B_3 i B_4 su polja magnetne indukcije od provodnika u položaju ovih stranica. $B_3 = \mu_0 I / 2\pi d$ i $B_4 = \mu_0 I / 2\pi(d + a)$. Ukupna sila koja djeluje na ram je u pravcu i smjeru sile F_3 , a njen intenzitet je:

$$F = F_3 - F_4 = \frac{\mu_0 I a^2 I_{\text{rama}}}{2\pi d(d + a)} = 41,7 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$



3. Iz zakona održanja impulsa slijedi trougao na slici desno. Sa slike se vidi da je impuls rasijanog fotona, $p'_\gamma = p_\gamma / \sqrt{3}$, odakle je $\lambda' = \lambda \sqrt{3}$. Pošto je $\lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 45^\circ$ gdje je $\lambda_c = h/m_e c$ Komptonova talasna dužina elektrona, onda je: $\lambda = \lambda_c / (\sqrt{3} - 1)$ tj. $\nu = c(\sqrt{3} - 1)/\lambda_c \approx 0,9 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$. Sa slike se vidi da je impuls elektrona: $p_e = 2p_\gamma / \sqrt{3} = 2h(\sqrt{3} - 1)/\lambda_c \sqrt{3}$.



Ukupna energija elektrona E i njegova kinetička energija, T , su:

$$E = \sqrt{E_0^2 + p_e^2 c^2} = \sqrt{E_0^2 + \frac{4(\sqrt{3}-1)^2}{3} \frac{h^2 c^2}{\lambda_c^2}} = E_0 \sqrt{1 + \frac{4(\sqrt{3}-1)^2}{3}} = 1.3E_0.$$

$$T = E - E_0 = 0.3E_0 = 153.3 \text{ keV}.$$

4. Označimo sa E_K^0 i E_π^0 energije mirovanja kaona i piona.

Iz raspada kaona u miru slijedi: $E_K = E_K^0 = E_{\pi^0} + E_{\pi^+}$,

i $\vec{p}_K = \vec{p}_{\pi^+} + \vec{p}_{\pi^0} = \vec{0} \rightarrow p_{\pi^+} = p_{\pi^0} = p \rightarrow E_{\pi^+} = E_{\pi^0} = E_K^0/2 = E$.

Iz zakona održanja impulsa za raspad $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ slijedi slika desno. p_1 i p_2 – impulsi fotona, p – impuls π^0 mezona, ψ – ugao između pravaca emisije fotona. Iz slike slijedi: $p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos \psi \rightarrow p^2 c^2 = p_1^2 c^2 + p_2^2 c^2 + 2p_1 p_2 c \cos \psi \rightarrow E^2 - (E_\pi^0)^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \psi$ (*). Iz zakona održanja energije je: $E = E_1 + E_2$ tj.

$E_2 = E - E_1$ čijim uvrštavanjem u (*) slijedi kvadratna jednačina po E_1 :

$2(1 - \cos \psi)E_1^2 - 2E(1 - \cos \psi)E_1 + (E_\pi^0)^2 = 0$. Rješenja ove kvadratne j-ne odgovaraju energijama fotona:

$$a) \quad E_{1,2} = \frac{E}{2} \pm \sqrt{(E/2)^2 - \frac{1}{2} \frac{(E_\pi^0)^2}{(1 - \cos \psi)}} = \frac{E_K^0}{4} \pm \sqrt{(E_K^0/4)^2 - \frac{(E_\pi^0/2)^2}{\sin^2 \frac{\psi}{2}}};$$

$$b) \quad \text{Izraz pod korijenom u prethodnom redu mora biti: } (E_K^0/4)^2 - \frac{(E_\pi^0/2)^2}{\sin^2 \frac{\psi}{2}} \geq 0,$$

$$\text{odakle slijedi da je } \sin \frac{\psi}{2} \geq 2 \frac{E_\pi^0}{E_K^0} \rightarrow \psi_{\min} = 2 \arcsin(2 \frac{E_\pi^0}{E_K^0}).$$

